

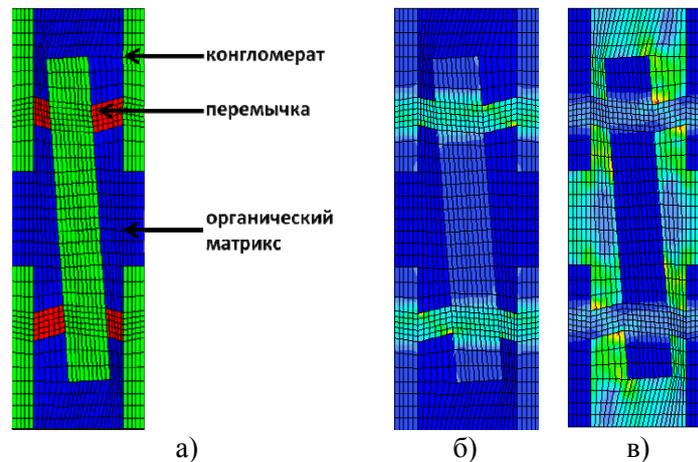
УДК 539.32

А.И. Грищенко (4 курс, каф. МПУ), А.С. Семёнов, к.ф.-м.н., доц.,  
А.С. Аврунин, д.м.н. (РНИИТО им. Р.Р. Вредена)

### АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СТЕПЕНИ МИНЕРАЛИЗАЦИИ КОСТНОЙ ТКАНИ НА ЕЕ ЖЕСТКОСТЬ И ПРОЧНОСТЬ

Кость представляет собой иерархически структурированный материал с механическими свойствами, зависящими от морфологических параметров каждого уровня организации. На наноуровне костная ткань представляет минерализованные волокна органического матрикса. Целью данной работы является анализ чувствительности механических свойств (жесткости и прочности) наноструктур костной ткани в зависимости от их минерализации (массовой доли гидроксиапатита), изменяющейся с возрастом и условиями нагружения. Проведение подобных исследований актуально для создания искусственных костезамещающих материалов.

Механические свойства рассматриваемого нанокомпозита определяются методами вычислительной механики композитов применительно к элементарному представительному объёму (ЭПО), схематически отражающему организацию минерального матрикса в межфибрилярном пространстве, сформированном конгломератами кристаллитов гидроксиапатита. Рассматриваются ЭПО с прямоугольной формой конгломератов (рис. 1а), содержащий суммарно 2 конгломерата и 4 перемычки. Размеры ЭПО рассматривались фиксированными и равными 775 нм × 250 нм, размеры конгломерата и перемычки варьировались в зависимости от их степени минерализации.



**Рис. 1.** Конечно-элементная модель элементарного представительного объема наноструктурных элементов костной ткани (с минерализацией 70%), включающая суммарно 2 конгломерата и 4 перемычки (а); характерное распределение интенсивности напряжений (б) и деформаций (в).

Определение эффективных упругих свойств элементарного ЭПО проводилось методом конечно-элементной гомогенизации. Эффективные свойства гомогенизированного материала костной ткани принимались соответствующими ортотропному упругому материалу, для которого закон Гука может быть записан в виде:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = {}^4\bar{\mathbf{C}} \cdot \bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (1)$$

где  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{V_{\text{ЭПО}}} \int_{V_{\text{ЭПО}}} \boldsymbol{\varepsilon} dV$  - тензор деформаций,  $\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{V_{\text{ЭПО}}} \int_{V_{\text{ЭПО}}} \boldsymbol{\sigma} dV$  - тензор напряжений,  ${}^4\bar{\mathbf{C}}$  - тензор

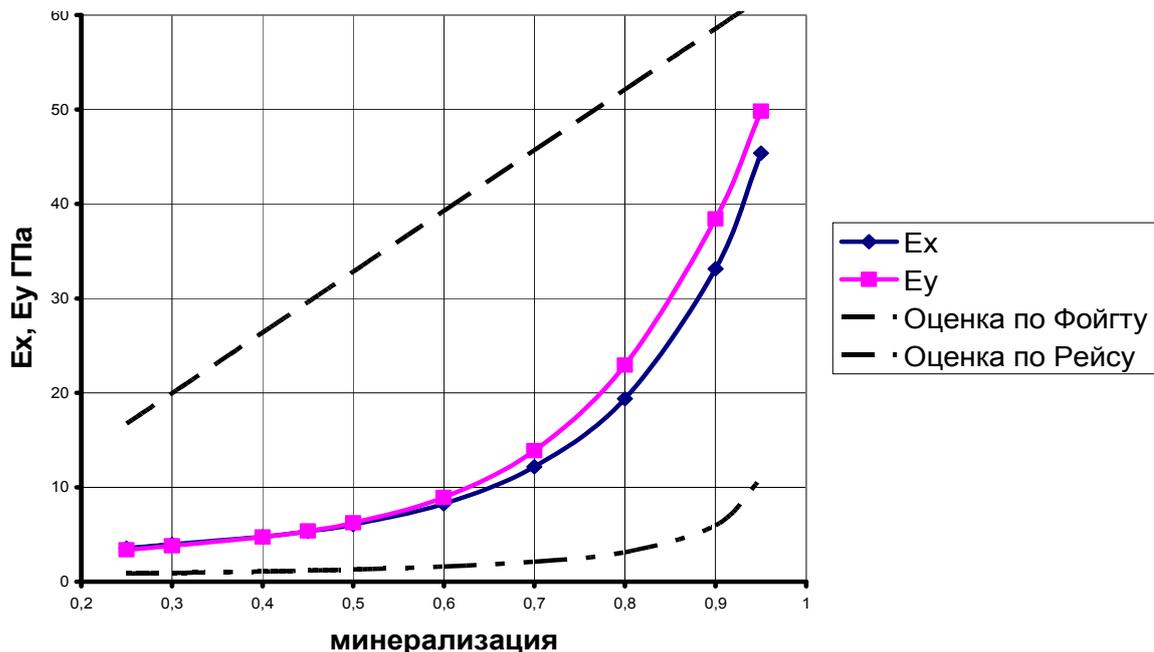
упругих податливостей 4<sup>го</sup> ранга. Черта над введенными тензорами означает соответствие гомогенизированному (осредненному) материалу.

Для ортотропного материала тензору  ${}^4\bar{C}$  в собственных осях анизотропии соответствует симметричная матрица упругих податливостей  $[\bar{C}]$  следующей структуры:

$$[\bar{C}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{E}_1} & -\frac{\bar{\nu}_{21}}{\bar{E}_2} & -\frac{\bar{\nu}_{31}}{\bar{E}_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{\nu}_{12}}{\bar{E}_1} & \frac{1}{\bar{E}_2} & -\frac{\bar{\nu}_{32}}{\bar{E}_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{\nu}_{13}}{\bar{E}_1} & -\frac{\bar{\nu}_{23}}{\bar{E}_2} & \frac{1}{\bar{E}_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{G}_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{G}_{23}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\bar{G}_{31}} \end{bmatrix}, \quad \frac{\bar{\nu}_{12}}{\bar{E}_1} = \frac{\bar{\nu}_{21}}{\bar{E}_2}, \quad \frac{\bar{\nu}_{13}}{\bar{E}_1} = \frac{\bar{\nu}_{31}}{\bar{E}_3}, \quad \frac{\bar{\nu}_{23}}{\bar{E}_2} = \frac{\bar{\nu}_{32}}{\bar{E}_3}. \quad (2)$$

Упругие модули определяются на основе соотношений  $\bar{E}_i = \frac{\bar{\sigma}_{ii}}{\bar{\epsilon}_{ii}}$ ,  $\bar{\nu}_{ij} = -\frac{\bar{\epsilon}_{jj}}{\bar{\epsilon}_{ii}}$ .

Многовариантные расчеты были выполнены с помощью конечно-элементного программного комплекса PANTOCRATOR. Минерализация ЭПО менялась в пределах от 25% до 95%. Зависимости упругих модулей  $E_x$  (в горизонтальном направлении) и  $E_y$  (в вертикальном направлении) от минерализации представлены на рис. 2. Результаты хорошо коррелируют с известными экспериментальными данными. Максимальная степень анизотропии наблюдается при 80% минерализации.



**Рис. 2.** Зависимости эффективных упругих модулей ЭПО нанокompозита костной ткани от его минерализации. Сплошные линии получены методом конечно-элементной гомогенизации. Пунктиром показаны аналитические оценки осреднения жесткостей и податливостей компонент.

Показанные на рис. 2 кривые получены при пропорциональном изменении размеров конгломерата в процессе увеличения минерализации. При непропорциональном изменении ширины и высоты конгломерата в вычислительных экспериментах наблюдается отклонение от приведенных кривых, что указывает на наличие некоторого влияния сценария роста минерализации на значения упругих модулей костной ткани.